



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapă locală – Constanța, 18.02.2017

Clasa a IX-a

SUBIECTUL 1

Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $\{2017x\} \geq \{x\}$, unde $\{a\}$ reprezintă partea fracționară a numărului a .

Gabriela Constantinescu

SUBIECTUL 2

Fie $a_n = \sqrt{1} + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{n}$, pentru orice $n \in \mathbf{N}^*$.

Arătați că $\frac{1}{a_1\sqrt{2}} + \frac{1}{a_2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{a_n\sqrt{n+1}} < \frac{2n}{n+1}$, oricare ar fi $n \in \mathbf{N}^*$.

Cătălin Zîrnă

SUBIECTUL 3

Fie $k \in \mathbf{R}$, $k > 0$.

Atunci $\frac{a}{a+2b+3c} + \frac{b}{b+2c+3a} + \frac{c}{c+2a+3b} \geq k$, $\forall a, b, c > 0$ dacă și numai dacă $k \leq \frac{1}{2}$

Dorin Arventiev

SUBIECTUL 4

Se consideră triunghiul ABC și punctele M, N, P , astfel încât $B \in (AM)$, $C \in (BN)$, $A \in (CP)$ și $BM = CN = AP$. Demonstrați că centrul de greutate al triunghiului MNP coincide cu centrul de greutate al triunghiului ABC , dacă și numai dacă triunghiul ABC este echilateral.

Nelu Chichirim

Notă:

Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7

Nu se acordă puncte din oficiu